**Черкаський обласний інститут післядипломної освіти педагогічних працівників**

**Завдання ІІ (районного) етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**2015-2016 навчальний рік**

**6 клас**

1. Риби зібрали подарунок для Русалочки – 1000 перлин. Кількість перлин, принесених кожною рибкою, можна записати числом, що в своєму записі містить лише цифру 5. Якщо скласти вираз у вигляді суми цих чисел, то в записі суми нарахували 20 п’ятірок. Знайдіть, скільки рибок привітали Русалочку.
2. Знайдіть два натуральних числа, сума яких дорівнює 35, а найменше спільне кратне дорівнює 42.
3. Два жуки змагаються з бігу на 50 м. Перший жук пробігає 1 м за 5 секунд, а другий – за 4,6 секунд. Після кожних 10 м жуки зупиняються на перепочинок. Перший – на 10 секунд, а другий – на 15 секунд. Визначте, який з жуків фінішуватиме першим.
4. Кіт Базиліо мав 60 монет і збирався витратити їх на смачну вечерю. Однак прибігла лисиця Аліса й підкинула котові одну фальшиву монету. Тепер у Базиліо 61 монета, серед яких одна фальшива. Як йому за два зважування визначити, легша чи важча фальшивка за решту монет?
5. Діти стали в коло. Їм необхідно обрати головуючого для гри і вони рахують наступним чином: перший залишається в колі, наступний виходить з кола, третій залишається в колі, четвертий виходить і т.д.. Коло поступово зменшується до тих пір, поки в ньому не залишається тільки одна дитина. Визначте, хто саме залишається (на якому місці він стояв спочатку, рахуючи від першого за годинниковою стрілкою), якщо спочатку стояло в колі 128 дітей.

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожна задача оцінюється у 7 балів

**Користуватися електронними засобами забороняється**

**(ноутбуками, мобільними телефонами, калькуляторами і т.п.)**

**Черкаський обласний інститут післядипломної освіти педагогічних працівників**

**Завдання ІІ (районного) етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**2015-2016 навчальний рік**

**7 клас**

1. Скількома нулями закінчується число 50! (50! = 1·2· …·49·50).
2. Є чотири фігури: трикутник, ромб, круг і квадрат. Кольори цих фігур – зелений, жовтий, синій, червоний. Фігури розклали в ряд. У якій послідовності лежать ці фігури та який колір кожної з них, якщо фігура червоного кольору лежить між зеленою і синьою, праворуч від жовтої фігури лежить ромб, круг лежить правіше від трикутника і ромба, причому трикутник лежить не з краю, і, нарешті, фігура синього кольору не лежить поруч із фігурою жовтого кольору?
3. Петро задумав трицифрове число, остання цифра якого дорівнює 2. Якщо переставити останню цифру на початок числа, то отримаємо число, яке на 54 більше, ніж задумане. Знайдіть число, яке задумав Петро.
4. Два торговці купили у місті однакову кількість товару і поїхали продавати його у свої села. Перший продавав товар удвічі дорожче, ніж купив його. Другий спочатку підняв ціну на 50%, а потім, продавши частину товару, підняв ціну ще на 50%. Чи міг він виручити за проданий товар таку ж суму грошей, що й перший торговець? Якщо так, то яку частину товару йому потрібно було продати за першою ціною?
5. Дано 19 карток. Чи можна на кожній картці написати цифру, відмінну від нуля, так, щоб з них можна скласти лише одне 19-значне число, що ділиться на 11?

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожна задача оцінюється у 7 балів

**Користуватися електронними засобами забороняється**

**(ноутбуками, мобільними телефонами, калькуляторами і т.п.)**

**Черкаський обласний інститут післядипломної освіти педагогічних працівників**

**Завдання ІІ (районного) етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**2015-2016 навчальний рік**

**8 клас**

1. Розв’яжіть рівняння 

|  |  |
| --- | --- |
| 1. На малюнку зображено фігуру, яка містить 6 квадратів. Розмістіть числа від 1 до 9 у вершинах квадратів так, щоб сума чотирьох чисел для кожного квадрата була однаковою.
 |  |

1. На гіпотенузі *АВ* прямокутного трикутника *АВС* вибрано точку *K* так, що *СK = ВС*. Відрізок *СK* ділить бісектрису *АМ* навпіл. Знайдіть гострі кути трикутника *АВС*.
2. Наталка задумала три різні цифри, а потім на дошці записала усі можливі різні тризначні натуральні числа, десятковий запис кожного з яких містить усі три вибрані цифри, але не може починатися з нуля. З’ясувалося, що сума всіх записаних чисел дорівнює 3376. Визначте, які цифри задумала Наталка.
3. Знайдіть всі прості числа, які є одночасно сумами і різницями простих чисел.

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожна задача оцінюється у 7 балів

**Користуватися електронними засобами забороняється**

**(ноутбуками, мобільними телефонами, калькуляторами і т.п.)**

**Черкаський обласний інститут післядипломної освіти педагогічних працівників**

**Завдання ІІ (районного) етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**2015-2016 навчальний рік**

**9 клас**

1. Доведіть, що для будь-яких додатних чисел *a* > *b* > *с* виконується нерівність 
2. У трикутнику *АВС* *ВС* = *а*, *АС* = *b*. Медіана *АМ* і бісектриса *СР* перетинаються в точці *О*. Знайдіть відношення .
3. Побудуйте графік рівняння .
4. На іспиті учневі пропонується завдання, яке складається з 20 задач. За кожну правильно розв’язану задачу йому ставлять 8 балів, а за кожну неправильно розв’язану – мінус 5 балів. Скільки задач подав з розв’язаннями на іспиті учень, якщо в сумі він отримав 13 балів?
5. Знайдіть всі прості числа *р* і *т* такі, що *р* + *т* = (*р* – *т*)3.

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожна задача оцінюється у 7 балів

**Користуватися електронними засобами забороняється**

**(ноутбуками, мобільними телефонами, калькуляторами і т.п.)**

**Черкаський обласний інститут післядипломної освіти педагогічних працівників**

**Завдання ІІ (районного) етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**2015-2016 навчальний рік**

**10 клас**

1. Доведіть, що для будь-яких додатних чисел *a* > *b* > *с* виконується нерівність 
2. Побудуйте геометричний образ рівняння ****

(де

).

1. *АА*1, *ВВ*1, *СС*1 – бісектриси трикутника *АВС*. Через точку *С* проведено пряму *п,* паралельну *АВ*. *А*1*С*1 і *В*1*С*1 перетинають пряму *п* в точках *М* і *Е* відповідно. *СМ* = 4. Знайдіть *СЕ*.
2. Розв’яжіть рівняння , ([*x*] – ціла частина дійсного числа).
3. У таблиці 99 х 101 записані куби натуральних чисел, як показано на малюнку. Доведіть, що сума всіх чисел в таблиці ділиться на 200.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 13 | 23 | 33 | … |
| 23 | 33 | 43 | … |
| 33 | 43 | 53 | … |
| … | … | … | … |

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожна задача оцінюється у 7 балів

**Користуватися електронними засобами забороняється**

**(ноутбуками, мобільними телефонами, калькуляторами і т.п.)**

**Черкаський обласний інститут післядипломної освіти педагогічних працівників**

**Завдання ІІ (районного) етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**

**2015-2016 навчальний рік**

**11 клас**

**1.** Побудуйте графік функції .

**2.** Розв’яжіть рівняння .

3. Знайдіть всі многочлени , для яких при всіх дійсних значеннях х і у виконується рівність .

**4.** Знайдіть максимальне значення виразу , якщо відомо, що .

**4.** Знайдіть всі натуральні значення , для яких існують натуральні розв’язки  системи рівнянь 

5. *АА*1, *ВВ*1, *СС*1 – бісектриси трикутника *АВС*. Через точку *С* проведено пряму *п* паралельну *АВ*. *А*1*С*1 і *В*1*С*1 перетинають пряму *п* в точках *М* і *Е* відповідно. Доведіть, що *СМ* = *СЕ*.

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожна задача оцінюється у 7 балів

**Користуватися електронними засобами забороняється**

**(ноутбуками, мобільними телефонами, калькуляторами і т.п.)**